Aula 9

Painéis Heterogêneos Dinâmicos Não-Estacionários

Bibliografia:

Blackburne, E. F. and M. W. Frank (2007): “Estimation of nonstationary heterogeneous panels,” *Stata Journal*, 7, 197–208.

Pesaran, M.H. (2015). Time series and panel data econometrics. Oxford: Oxford University Press.

Rafael S. M. Ribeiro

Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional (CEDEPLAR)

Faculdade de Ciências Econômicas (FACE)

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Introdução

- Os painéis para T curto assumem que qualquer heterogeneidade remanescente sobre as unidades de cortes transversais pode ser controlada por meio de um intercepto aditivo (assumindo-se fixo ou aleatório) e/ou adoção de erros robustos à heteroscedasticidade.

- Vamos ampliar a análise de dados em painel convencional ao considerar a existência de coeficientes heterogêneos em modelos de painel linear.

Introdução

- Pretende-se mostrar que negligenciar tal heterogeneidade afeta a consistência dos parâmetros estimados, assim como a análise de inferência associada a tais parâmetros.

- Os procedimentos de estimação e inferência apresentados abaixo são mais adequados para painéis com N e T grandes.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Considere o modelo para um painel dinâmico:

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_i y_{i,t-1} + \beta_i x_{it} + u_{it} \tag{1}$$

onde α_i, λ_i e β_i são parâmetros que variam entre as unidades de cortes transversais i do painel. Assuma x_{it} como sendo estritamente exógeno.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Rearranjando a equação acima, temos:

$$\Delta y_{it} = \alpha_i - (1 - \lambda_i)\left(y_{i,t-1} - \theta_i x_{it}\right) + u_{it}$$

ou

$$\Delta y_{it} = \alpha_i - \phi_i\left(y_{i,t-1} - \theta_i x_{it}\right) + u_{it} \qquad (2)$$

onde $\theta_i = \beta_i/(1 - \lambda_i)$ e $\phi_i = 1 - \lambda_i$.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Assuma que os coeficientes θ_i e ϕ_i sejam variáveis aleatórias:

$$\phi_i = \phi + \eta_{i1} \tag{3}$$
$$\theta_i = \theta + \eta_{i2} \tag{4}$$

Assim

$$\beta_i = \theta_i \phi_i = \theta\phi + \eta_{i3} \tag{5}$$

onde $\eta_{i3} = \phi\eta_{i2} + \theta\eta_{i1} + \eta_{i1}\eta_{i2}$.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Substituindo (3) e (5) em (1) e assumindo que $\lambda = 1 - \phi$ e $\beta = \theta\phi$, temos:

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda y_{i,t-1} + \beta x_{it} + v_{it} \quad (6)$$
$$v_{it} = u_{it} - \eta_{i1} y_{i,t-1} + \eta_{i3} x_{it} \quad (7)$$

As equações (6) e (7) deixam claro que $y_{i,t-1}$ e v_{it} estão correlacionados, tornando os estimadores de FE e RE viesados.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

- Sabemos que os estimadores de FE e RE com T curto e N grande para λ_i e β_i são inconsistentes mesmo se considerarmos o caso em que esses parâmetros são homogêneos, ou seja, $\eta_{i1} = \eta_{i3} = 0$.

- Aqui pretende-se mostrar que se λ_i e β_i são heterogêneos entre as unidades de cortes transversais, então a inconsistência dos parâmetros não desaparecerá mesmo quando $N \to \infty$ e $T \to \infty$.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Considere o caso em que apenas os coeficientes de x_{it} variam entre as unidades de corte transversal:

$$\lambda_i = \lambda \quad (\text{ou } \eta_{i1} = 0),$$
$$\beta_i = \beta + \eta_{i3}$$

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Assuma o caso mais geral em que a dinâmica de x_{it} é dada por:

$$x_{it} = \mu_i(1-\rho) + \rho x_{i,t-1} + \nu_{it}$$
$$E(x_{it}) = \mu_i$$
$$\nu_{it} \sim IID(0, \tau^2)$$

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

O viés do estimador de FE para λ_i e β_i é dado por:

$$\underset{N,Y\to\infty}{Plim}\left(\hat{\lambda}_{FE}-\lambda\right)=\frac{\rho(1-\lambda\rho)(1-\lambda^2)\omega_{33}}{\Psi_1}$$

$$\underset{N,Y\to\infty}{Plim}\left(\hat{\beta}_{FE}-\beta\right)=-\frac{\beta\rho^2(1-\lambda^2)\omega_{33}}{\Psi_1}$$

onde $\Psi_1=\left({}^{\sigma^2}/_{\tau^2}\right)(1-\rho^2)(1-\lambda\rho)^2+(1-\lambda^2\rho^2)\omega_{33}+(1-\rho^2)\beta^2$
e $\omega_{33}=Var(\eta_{i3})=Var(\beta_i)$ mede o grau de heterogeneidade em β_i.

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

O viés do estimador de FE para θ_i, por sua vez, é dado por:

$$\underset{N,Y\to\infty}{Plim}\left(\hat{\theta}_{FE}-\theta\right)=\frac{\theta}{1-\rho\Psi_2}$$

onde $\Psi_2=(1+\lambda)\omega_{33}/\left\{(1+\rho)\left[\left({}^{\sigma^2}/_{\tau^2}\right)(1-\lambda\rho)^2+(\beta^2+\omega_{33})\right]\right\}$

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Ou seja, para $\rho > 0$, temos:

$$\underset{N,Y\to\infty}{P\lim}\left(\hat{\lambda}_{FE}\right) > \lambda$$

$$\underset{N,Y\to\infty}{P\lim}\left(\hat{\beta}_{FE}\right) > \beta$$

$$\underset{N,Y\to\infty}{P\lim}\left(\hat{\theta}_{FE}\right) > \theta$$

Viés do estimador de MQO em painéis dinâmicos heterogêneos

Assumindo o caso em que y_{it} e x_{it} são variáveis $I(1)$ e cointegradas para toda unidade i do painel, temos que $\rho \to \infty$. Assim:

$$\underset{\rho \to 1}{Plim}\left(\hat{\lambda}_{FE}\right) = 1$$

$$\underset{\rho \to 1}{Plim}\left(\hat{\beta}_{FE}\right) = 0$$

Independentemente do “valor verdadeiro” de λ.

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Considere o modelo para um painel dinâmico:

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_i y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta}_i + u_{it} \tag{8}$$

onde $\boldsymbol{x}_{it}$ é um vetor $k \times 1$ de variáveis estritamente exógenas e $u_{it} \sim IID(0, \sigma_i^2)$.

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Seja $\boldsymbol{\psi}_i = (\lambda_i, \boldsymbol{\beta}_i')'$ um vetor independentemente distribuído entre as unidades i de corte transversal:

$$E(\boldsymbol{\psi}_i) = \boldsymbol{\psi} = (\lambda_i, \boldsymbol{\beta}_i')' \tag{9}$$

$$E[(\boldsymbol{\psi}_i - \boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\psi}_i - \boldsymbol{\psi})'] = \boldsymbol{\Delta} \tag{10}$$

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Reescrevendo $\boldsymbol{\psi}_i$ como $\boldsymbol{\psi}_i = \boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\eta}_i$, a média e a variância de $\boldsymbol{\psi}_i$ podem ser representadas como se segue:

$$E(\boldsymbol{\eta}_i) = \mathbf{0}, \qquad E(\boldsymbol{\eta}_i \boldsymbol{\eta}_i') = \begin{cases} \boldsymbol{\Delta} & if\ i = j \\ \mathbf{0} & if\ i \neq j \end{cases} \tag{11}$$

Logo, a hipótese $E\left(y_{i,t-1}, \boldsymbol{\eta}_i\right) = \mathbf{0}$, onde $\boldsymbol{\eta}_i = (\eta_{i1}, \boldsymbol{\eta}_{i2}')'$, não é válida gerando viés no modelo.

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Para contornar esse problema, Pesaran e Shin (1995) desenvolveram o estimador *mean group* (MG) de $\boldsymbol{\psi}$ que é calculado a partir da média de $\widehat{\boldsymbol{\psi}}_i$ para as unidades de corte transversal i, como visto abaixo:

$$\widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\widehat{\boldsymbol{\psi}}_i \qquad (12)$$

onde $\widehat{\boldsymbol{\psi}}_i = (\boldsymbol{W}'_{i.}\boldsymbol{W}_{i.})^{-1}\boldsymbol{W}'_{i.}\boldsymbol{y}_{i.}$, com $\boldsymbol{W}_{i.} = (\boldsymbol{y}_{i.,-1}, \boldsymbol{X}_{i.})$ e $\boldsymbol{y}_{i.,-1} = (y_{i0}, y_{i1}, \dots, y_{i,T-1})'$.

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

A variância do estimador $\widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG}$ é descrita por:

$$Var(\widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG}) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (\widehat{\boldsymbol{\psi}}_i - \widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG})(\widehat{\boldsymbol{\psi}}_i - \widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG})' \qquad (13)$$

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Pesaran, Smith e Im (1996) mostram que para T curto o estimador MG se torna seriamente viesado:

$$E\left(\widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG}\right) = \boldsymbol{\psi} + \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N}\frac{\boldsymbol{K}_{iT}}{N} + O\left(T^{-3/2}\right)$$

onde $\boldsymbol{K}_{iT}$ e O são funções dos parâmetros subjacentes e limitadas em T. Note que $N \to \infty$ não é suficiente para eliminar o viés de $\widehat{\boldsymbol{\psi}}_{MG}$.

Estimador de grupo médio (MG) em painéis dinâmicos heterogêneos

- Para T curto, o parâmetro $\widehat{\boldsymbol{\psi}}_i$ é viesado. Hsiao, Pesaran e Tahmiscioglu (1999) mostraram que o estimador de MG é assintoticamente normal para N grande e T grande, desde que $\sqrt{N}/T \to 0$ quando $N \to \infty$ e $T \to \infty$.

- Isso significa que o estimador MG para painéis dinâmicos não é um bom estimador quando N e T são pequenos.

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Pesaran, Shin e Smith (1999) desenvolveram um modelo que pressupõe que os coeficientes de longo prazo de $\boldsymbol{X}_i$, definidos por $\boldsymbol{\theta}_i = -\boldsymbol{\beta}_i/\phi_i$ são iguais para todas as unidades de cortes transversais:

$$\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}, \qquad i = 1,2,\dots,N$$

Esse estimador, conhecido como *Pooled Mean Group* (PMG), fornece uma alternativa intermediária entre a estimativa de regressões separadas, que permite coeficientes e variâncias dos erros diferentes entre todos os grupos, e os estimadores de FE padrão que assumem os coeficientes de inclinação são os mesmos para toda unidade i do painel.

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Sob tais hipóteses, o modelo de correção de erros pode ser representado da seguinte forma:

$$\Delta \boldsymbol{y}_i = \phi_i \boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{W}_i \boldsymbol{\kappa}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{14}$$

onde

$$\boldsymbol{W}_i = \left(\Delta \boldsymbol{y}_{i,-1}, \Delta \boldsymbol{y}_{i,-1}, \dots, \Delta \boldsymbol{y}_{i,-p+1}; \Delta \boldsymbol{X}_i, \Delta \boldsymbol{X}_{i,-1}, \dots, \Delta \boldsymbol{X}_{i,-q+1}\right)$$

$$\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{y}_{i,-1} - \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{\theta}$$

$$\boldsymbol{\kappa}_i = \left(\lambda_{i1}^*, \lambda_{i2}^*, \dots, \lambda_{i,p-1}^*; \boldsymbol{\delta}_{i0}^{*\prime}, \boldsymbol{\delta}_{i1}^{*\prime}, \dots, \boldsymbol{\delta}_{i,q-1}^{*\prime}\right)$$

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Três observações devem ser feitas a respeito da equação (14):

- As regressões para cada grupo são não-lineares em ϕ_i e $\boldsymbol{\theta}$.
- Outra complicação surge devido ao pressuposto de que os coeficientes de longo prazo de $\boldsymbol{X}_i$ são iguais para todas as unidades de cortes transversais, i.e. $\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}$.
- Finalmente, note que o as variâncias dos erros diferem entre os grupos.

Para contornar esses problemas, os autores estimam os parâmetros de interesse pelo método de Máxima Verossimilhança (MV).

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Aplicando a função logaritmo natural na função de verossimilhança, temos que:

$$\ell_T(\boldsymbol{\varphi}) = -\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{N} ln2\pi\sigma_i^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sigma_i^{-2}Q_i \qquad (15)$$

onde

$$Q_i = [\Delta\boldsymbol{y}_i - \phi_i\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{\theta})]'\boldsymbol{H}_i[\Delta\boldsymbol{y}_i - \phi_i\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{\theta})]$$

$$\boldsymbol{H}_i = \boldsymbol{I}_T - \boldsymbol{W}_i(\boldsymbol{W}_i'\boldsymbol{W}_i)^{-1}\boldsymbol{W}_i'$$

$$\boldsymbol{\varphi} = (\boldsymbol{\theta}', \boldsymbol{\phi}', \boldsymbol{\sigma}')$$

$$\boldsymbol{\phi} = (\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2, \dots, \boldsymbol{\phi}_N) \text{ and } \boldsymbol{\sigma} = (\boldsymbol{\sigma}_1^2, \boldsymbol{\sigma}_2^2, \dots, \boldsymbol{\sigma}_N^2)$$

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

- As estimativas de MV dos coeficientes de longo prazo, $\boldsymbol{\theta}$, e os coeficientes de correção de erros unidade-específicos, φ_i, podem ser calculados maximizando a equação (15) em relação a $\boldsymbol{\varphi}$.

- Esses estimadores de MV são denominados estimadores de *Pooled Mean Group* (PMG). O nome do estimador tem o objetivo de destacar a restrição imposta pelo efeito de agrupamento a partir da hipótese de homogeneidade das estimativas dos coeficientes de longo prazo.

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

Os estimadores são:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = -\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{\hat{\phi}_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} \boldsymbol{X}_i' \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{X}_i\right)^{-1} \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\hat{\phi}_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} \boldsymbol{X}_i' \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{X}_i \left(\Delta \boldsymbol{y}_i - \hat{\phi}_i \boldsymbol{y}_{i,-1}\right)\right] \qquad (16)$$

$$\hat{\phi}_i = \left(\hat{\boldsymbol{\xi}}_i' \boldsymbol{H}_i \hat{\boldsymbol{\xi}}_i\right)^{-1} \hat{\boldsymbol{\xi}}_i' \boldsymbol{H}_i \Delta \boldsymbol{y}_i \qquad (17)$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = T^{-1}\left(\Delta \boldsymbol{y}_i - \hat{\phi}_i \hat{\boldsymbol{\xi}}_i'\right)' \boldsymbol{H}_i \left(\Delta \boldsymbol{y}_i - \hat{\phi}_i \hat{\boldsymbol{\xi}}_i'\right) \qquad (18)$$

onde $\hat{\boldsymbol{\xi}}_i = \boldsymbol{y}_{i,-1} - \boldsymbol{X}_i \widehat{\boldsymbol{\theta}}$.

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

- Note que $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ em (16) depende dos valores de $\hat{\phi}_i$ e $\hat{\sigma}_i^2$ em (17) e (18), respectivamente. Já a estimativa de $\hat{\phi}_i$ em (17) depende do valor de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ em (16) e a estimativa de $\hat{\sigma}_i^2$ em (18), por sua vez, depende dos valores de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ em (16) e $\hat{\phi}_i$ em (17).

- Como as equações (16), (17) e (18) formam um sistema de equações não-lineares, a estimação dos parâmetros é feita por meio de iterações sucessivas.

Estimador de grupo médio empilhado (PMG) em painéis dinâmicos heterogêneos

- O modelo parte de uma estimativa inicial de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$, digamos $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(\mathbf{0})}$.

- A partir daí, podemos computar as estimativas iniciais de $\hat{\phi}_i$ e $\hat{\sigma}_i^2$ em (17) e (18) que, por sua vez, são substituídas em (16) permitindo obter uma nova estimativa de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$, digamos $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(\mathbf{1})}$.

- Este procedimento continua até que a convergência seja obtiva.

Testando a hipótese de coeficientes homogêneos

- Vale lembrar que o estimador de PMG assume o pressuposto de que os coeficientes de longo prazo de $\boldsymbol{X}_i$ são iguais para todas as unidades de cortes transversais, i.e. $\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}$. Ou seja, quando a hipótese de homogeneidade dos coeficientes de longo prazo é observada, o estimador de PMG é consistente.

- Pesaran, Smith e Im (1996) propuseram a utilização do teste de Hausman para verificar a hipótese de homogeneidade dos coeficientes de longo prazo.

Testando a hipótese de coeficientes homogêneos

A hipótese nula do teste é a de que as diferenças entre os coeficientes unidade-específicos não são sistemáticas, para todas as unidades do painel. Ou seja, $H_0: \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{PMG}, \forall\, i$.

A estatística de teste possui distribuição qui-quadrado e é dada por:

$$(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{MG} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{PMG})' \left[\left(Var(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{MG}) - Var(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{PMG}) \right)^{-1} \right] (\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{MG} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{PMG})$$

Logo, não rejeitar a hipótese nula sugere que o estimador de PMG é mais eficiente.

Aplicação no Stata

- Vamos analisar o impacto de variações nas receitas e despesas sobre:
  i. Estoque da dívida
  ii. PIB
- Os modelos são estimados para os 27 estados do Brasil a partir de dados anuais de 1996 a 2015. Fonte: IBGE.
- Os estados foram divididos em dois grupos: Região Centro-Sul (regiao==0) e Região Norte-Nordeste (regiao==1) de modo que $T > N$ para ambos os grupos.

Aplicação no Stata

- Primeiro, vamos analisar o impacto tanto de curto quanto de longo prazo de variações das receitas e despesas correntes sobre o estoque da dívida dos estados para ambas as regiões.

- Vamos estimar tal relação a partir dos modelos MG e PMG.

Aplicação no Stata - MG

```
. xtpmg D.lestdiv D.lrec D.ldesp if regiao==0, lr(L.lestdiv lrec ldesp) ec(ec0_mg_a) mg

------------------------------------------------------------------------------
Mean Group Estimation: Error Correction Form
(Estimate results saved as mg)
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
   D.lestdiv |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
ec0_mg_a     |
        lrec |   .5815063   1.780202     0.33   0.744    -2.907626    4.070638
       ldesp |  -.4113214   1.837591    -0.22   0.823    -4.012934    3.190291
-------------+----------------------------------------------------------------
SR           |
    ec0_mg_a |  -.2700929   .0544594    -4.96   0.000    -.3768314   -.1633543
             |
        lrec |
         D1. |  -.1323384   .4050505    -0.33   0.744    -.9262228     .661546
             |
       ldesp |
         D1. |   .0829602   .3682883     0.23   0.822    -.6388717     .804792
             |
       _cons |   4.151196   .5808356     7.15   0.000     3.012779    5.289613
------------------------------------------------------------------------------

.
```

Aplicação no Stata - MG

```
. xtpmg D.lestdiv D.lrec D.ldesp if regiao==1, lr(L.lestdiv lrec ldesp) ec(ec1_mg_a) mg
```

Mean Group Estimation: Error Correction Form
(Estimate results saved as mg)

D.lestdiv	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ec1_mg_a						
lrec	-2.458034	3.901603	-0.63	0.529	-10.10504	5.188966
ldesp	3.524335	4.337432	0.81	0.416	-4.976876	12.02555
SR						
ec1_mg_a	-.2361422	.0357985	-6.60	0.000	-.306306	-.1659785
lrec						
D1.	-.2658215	.1784893	-1.49	0.136	-.6156542	.0840112
ldesp						
D1.	.1990695	.1979697	1.01	0.315	-.188944	.587083
_cons	2.706142	.8724172	3.10	0.002	.9962359	4.416049

Aplicação no Stata - PMG

```
. xtpmg D.lestdiv D.lrec D.ldesp if regiao==0, lr(L.lestdiv lrec ldesp) ec(ec0_pmg_a) pmg

Iteration 0:   log likelihood =  230.57838  (not concave)
Iteration 1:   log likelihood =  248.64709  (not concave)
Iteration 2:   log likelihood =   250.5466  (not concave)
Iteration 3:   log likelihood =  250.77432  (not concave)

Iteration 21:  log likelihood =   262.6634
Iteration 22:  log likelihood =  262.84092
Iteration 23:  log likelihood =  262.84102
Iteration 24:  log likelihood =  262.84102

Pooled Mean Group Regression
(Estimate results saved as pmg)

Panel Variable (i): ufid                         Number of obs      =       209
Time Variable (t): ano                           Number of groups   =        11
                                                 Obs per group: min =        19
                                                                avg =      19.0
                                                                max =        19

                                                 Log Likelihood     =   262.841

------------------------------------------------------------------------------
    D.lestdiv |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
--------------+---------------------------------------------------------------
ec0_pmg_a     |
         lrec |   2.194937   .6128513     3.58   0.000     .9937702    3.396103
        ldesp |  -2.314653   .6955735    -3.33   0.001    -3.677952   -.9513537
--------------+---------------------------------------------------------------
SR            |
    ec0_pmg_a |  -.1211339   .0284772    -4.25   0.000    -.1769483   -.0653195
              |
         lrec |
          D1. |   .0696031    .260108     0.27   0.789    -.4401992    .5794055
              |
        ldesp |
          D1. |  -.1007381   .2365111    -0.43   0.670    -.5642914    .3628152
              |
        _cons |    3.19328   .7062489     4.52   0.000     1.809057    4.577502
------------------------------------------------------------------------------
```

Aplicação no Stata - PMG

```
. xtpmg D.lestdiv D.lrec D.ldesp if regiao==1, lr(L.lestdiv lrec ldesp) ec(ec1_pmg_a) pmg

Iteration 0:   log likelihood =  193.54879  (not concave)
Iteration 1:   log likelihood =  196.39778  (not concave)
Iteration 2:   log likelihood =  201.18632  (not concave)
Iteration 3:   log likelihood =  201.95548  (not concave)

Iteration 14:  log likelihood =  224.60012
Iteration 15:  log likelihood =  227.26834
Iteration 16:  log likelihood =  227.50432
Iteration 17:  log likelihood =  227.50478
Iteration 18:  log likelihood =  227.50478

Pooled Mean Group Regression
(Estimate results saved as pmg)

Panel Variable (i): ufid                       Number of obs      =       304
Time Variable (t): ano                         Number of groups   =        16
                                               Obs per group: min =        19
                                                              avg =      19.0
                                                              max =        19

                                               Log Likelihood     =  227.5048
```

D.lestdiv	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ec1_pmg_a						
lrec	5.490789	1.349479	4.07	0.000	2.845858	8.13572
ldesp	-5.638926	1.458511	-3.87	0.000	-8.497555	-2.780298
SR						
ec1_pmg_a	-.0796811	.0347274	-2.29	0.022	-.1477457	-.0116166
lrec						
D1.	-.2800283	.1869745	-1.50	0.134	-.6464916	.0864351
ldesp						
D1.	.3047054	.2098402	1.45	0.146	-.1065737	.7159846
_cons	2.064496	.8544567	2.42	0.016	.389792	3.739201

Aplicação no Stata

- Agora, vamos estimar os multiplicadores de curto e de longo prazo tanto dos gastos quanto das receitas para ambas as regiões.

- Os parâmetros serão novamente estimados a partir dos modelos MG e PMG.

Aplicação no Stata - MG

```
. xtpmg D.lpib D.lrec D.ldesp if regiao==0, lr(L.lpib lrec ldesp) ec(ec0_mg_b)
> mg
```

Mean Group Estimation: Error Correction Form
(Estimate results saved as mg)

D.lpib	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ec0_mg_b						
lrec	.9352819	1.535156	0.61	0.542	-2.073569	3.944133
ldesp	.1633123	1.523051	0.11	0.915	-2.821813	3.148437
SR						
ec0_mg_b	-.1451149	.0936419	-1.55	0.121	-.3286497	.0384198
lrec						
D1.	.1527457	.1280921	1.19	0.233	-.0983102	.4038016
ldesp						
D1.	-.0835025	.1540175	-0.54	0.588	-.3853714	.2183663
_cons	-.8716358	.5771817	-1.51	0.131	-2.002891	.2596195

Aplicação no Stata - MG

```
. xtpmg D.lpib D.lrec D.ldesp if regiao==1, lr(L.lpib lrec ldesp) ec(ec1_mg_b) mg
```

Mean Group Estimation: Error Correction Form
(Estimate results saved as mg)

D.lpib	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ec1_mg_b						
lrec	8.170955	8.511345	0.96	0.337	-8.510974	24.85288
ldesp	-7.347647	8.685402	-0.85	0.398	-24.37072	9.675428
SR						
ec1_mg_b	-.2759118	.0390578	-7.06	0.000	-.3524637	-.1993599
lrec						
D1.	.131812	.0793755	1.66	0.097	-.023761	.2873851
ldesp						
D1.	-.1872724	.081741	-2.29	0.022	-.3474818	-.0270631
_cons	-1.31461	.2329993	-5.64	0.000	-1.77128	-.8579394

Aplicação no Stata - PMG

```
. xtpmg D.lpib D.lrec D.ldesp if regiao==0, lr(L.lpib lrec ldesp) ec(ec0_pmg_b)
>  pmg

Iteration 0:   log likelihood =  358.25339  (not concave)
Iteration 1:   log likelihood =  364.57571  (not concave)
Iteration 2:   log likelihood =  368.43835  (not concave)

Iteration 105: log likelihood =  372.25227  (not concave)
Iteration 106: log likelihood =  372.26199
Iteration 107: log likelihood =  374.31232  (backed up)
Iteration 108: log likelihood =  374.32007
Iteration 109: log likelihood =  374.32009

Pooled Mean Group Regression
(Estimate results saved as pmg)

Panel Variable (i): ufid                        Number of obs      =       209
Time Variable (t): ano                          Number of groups   =        11
                                                Obs per group: min =        19
                                                               avg =      19.0
                                                               max =        19

                                                Log Likelihood     =  374.3201
```

D.lpib	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ec0_pmg_b						
lrec	.1024126	.2268591	0.45	0.652	-.342223	.5470483
ldesp	.9386518	.2430138	3.86	0.000	.4623535	1.41495
SR						
ec0_pmg_b	-.1458819	.0807162	-1.81	0.071	-.3040827	.012319
lrec						
D1.	.0987896	.115186	0.86	0.391	-.1269708	.3245501
ldesp						
D1.	-.0114918	.1363876	-0.08	0.933	-.2788066	.255823
_cons	-.7825126	.4787117	-1.63	0.102	-1.72077	.1557451

Aplicação no Stata - PMG

```
. xtpmg D.lpib D.lrec D.ldesp if regiao==1, lr(L.lpib lrec ldesp) ec(ec1_pmg_b)
>  pmg

Iteration 0:   log likelihood =  540.45469  (not concave)
Iteration 1:   log likelihood =  564.71645
Iteration 2:   log likelihood =  571.66894
Iteration 3:   log likelihood =  572.07195
Iteration 4:   log likelihood =  572.07603
Iteration 5:   log likelihood =  572.07603

Pooled Mean Group Regression
(Estimate results saved as pmg)

Panel Variable (i): ufid                        Number of obs      =        304
Time Variable (t): ano                          Number of groups   =         16
                                                Obs per group: min =         19
                                                               avg =       19.0
                                                               max =         19

                                                Log Likelihood     =    572.076

------------------------------------------------------------------------------
      D.lpib |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
ec1_pmg_b    |
        lrec |  -.1197778   .1850569    -0.65   0.517    -.4824828    .2429271
       ldesp |   1.134068   .1979131     5.73   0.000      .746165     1.52197
-------------+----------------------------------------------------------------
SR           |
   ec1_pmg_b |  -.2044446   .0326678    -6.26   0.000    -.2684722    -.140417
             |
        lrec |
         D1. |   .1116022   .0494755     2.26   0.024     .0146321    .2085724
             |
       ldesp |
         D1. |  -.1264343   .0625796    -2.02   0.043     -.249088   -.0037805
             |
       _cons |  -1.066228   .1836123    -5.81   0.000    -1.426102   -.7063547
------------------------------------------------------------------------------
```